



CONCOURS D'ENTRÉE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DES INGENIEURS 2023
PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES (3 heures)

Séssion 2023

EXERCICE 1 : (8 points)

I- On considère le polynôme complexe P défini pour tout complexe z par $P(z) = z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$.

- 1) Montrer que si un nombre complexe z_0 est solution de l'équation $P(z) = 0$ alors son conjugué $\bar{z}_0$ l'est aussi. 0,5 pt
- 2) Déterminer $P(i)$ et $P(1+i)$. 1 pt
- 3) En déduire l'ensemble solution de l'équation $P(z) = 0$. 1 pt

II- On considère les équations suivantes :

(E) : $z^2 + (1 - i)(1 - \sqrt{3})z + 2i\sqrt{3} = 0$; (F) : $z^2 + (-1 - \sqrt{3} + i(\sqrt{3} - 1))z - 2i + 2\sqrt{3} = 0$.

1. a) Ecrire le nombre complexe $(1 - i)^2(1 + \sqrt{3})^2$ sous la forme ib où b est un nombre réel à préciser. 0,5 pt
- b) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation (E). 1 pt
- 2) Vérifier que les nombres $1 - i\sqrt{3}$ et $\sqrt{3} + i$ sont solutions de l'équation (F). 2 pts
- 3) Soient A, B, C et D quatre points d'affixes respectives : $-1 + i$, $\sqrt{3}(1 - i)$, $\sqrt{3} + i$ et $1 - i\sqrt{3}$.
- a) Déterminer un argument de chacun des nombres complexes : $-1 + i$, $\sqrt{3}(1 - i)$, $\sqrt{3} + i$ et $1 - i\sqrt{3}$. 1 pt
- b) Montrer que le quadrilatère ADBC est un trapèze rectangle. 1 pt

Exercice 2 : (5 points)

ABC est un triangle rectangle en C. Soit S un point de la droite perpendiculaire au plan (ABC) passant par A. On suppose que S est distinct du point A.

- 1) Démontrer que les faces du tétraèdre SABC sont des triangles rectangles. 1 pt
- 2) On note D le pied de la hauteur du triangle SAB issue du point A et F le pied de la hauteur du triangle SAC issue du point A.
- a) Montrer que la droite (AF) est perpendiculaire au plan (SBC). 1 pt
- b) En déduire que les plans (SAC) et (SBC) sont perpendiculaires. 0,5 pt
- 3) Montrer que les plans (ABC) et (CFA) sont perpendiculaires. 0,5 pt
- 4) Démontrer que les droites (DF) et (SB) sont perpendiculaires. 1 pt
- 5) Démontrer que les droites (DF) et (AF) sont perpendiculaires. 1 pt

EXERCICE 3 : (7 points)

Dans le plan orienté, on considère le triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}(2\pi)$; on note r la rotation d'angle de mesure $-\frac{\pi}{3}$ qui transforme C en A.

- 1-a) Construire le point D symétrique du point B par rapport à la droite (AC). 0,5 pt
- b) Quelle est la nature exacte du quadrilatère ADCB ? 0,5 pt
- c) Montrer que le point D est le centre de la rotation r . 0,5 pt
- d) Construire le point E image du point B par la rotation r . 0,5 pt
- e) Montrer que le point A est le milieu du segment [CE]. 1 pt
- f) Montrer que les points B, E, C et D sont cocycliques. 0,5 pt
- 2) A tout point M du segment [AB] distinct de A et B on associe le point M' de [AE] tel que $BM = EM'$. 1 pt
- Démontrer que le triangle DMM' est équilatéral.
- 3) Soit G le centre de gravité du triangle DMM' et S la similitude directe de centre D qui transforme M en G. 0,5 pt
- a) Déterminer le rapport et l'angle de S. 1 pt
- b) Démontrer que $S(B) = A$. 0,5 pt
- c) Construire le point A' image du point A par S. 0,5 pt
- d) Démontrer que les points A, G et A' sont alignés.

CONCOURS D'ENTRÉE EN PREMIÈRE ANNÉE DU CYCLE DES INGÉNIEURS
PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUES (3 heures)

Séssion 2023

On prendra l'intensité de la pesanteur à la surface de la terre $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 1 : Mouvement dans un champ gravitationnel / 7 points

Partie 1 : Mouvement de solides / 5 points

Deux solides S_1 et S_2 de masses respectives $m_1 = 500 \text{ g}$ et $m_2 = 2m_1$ sont reliés par une tige horizontale de masse négligeable. Partant du repos à l'instant pris comme origine des dates, l'ensemble se déplace sur un plan horizontal sans frottement grâce à une force de traction faisant un angle $\alpha = 20^\circ$ avec l'horizontal, appliquée à S_1 , d'intensité $F = 100 \text{ N}$.

- 1-1- Énoncer le théorème du centre d'inertie. 1pt
- 1-2- Déterminer l'accélération du centre d'inertie du solide S_1 . 1pt
- 1-3- Déterminer les tensions T_1 et T_2 exercées par la tige respectivement sur les solides S_1 et S_2 . 3pt

Partie 2 : Mouvement dans un virage / 2 points

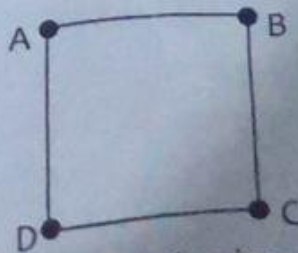
Monsieur Issa, au volant de sa voiture, se déplace sur l'autoroute à la vitesse $V = 100 \text{ km.h}^{-1}$. Il souhaite sortir de l'autoroute en utilisant une bretelle de sortie assimilée à un arc de cercle plan horizontal de rayon $R = 40 \text{ m}$. La masse du véhicule est $m = 1 \text{ t}$. On néglige la masse du chauffeur devant celle du véhicule. Pour éviter de dérapier, la norme de l'accélération de la voiture ne doit pas excéder 10 m.s^{-2} .

- 2-1- La voiture pourra-t-elle aborder le virage ? Justifier votre réponse. 1pt
- 2-2- Déterminer la l'intensité de la force de frottement maximum à la limite de dérapage. 1pt

Exercice 2 : Force et champ électrique / 7 points

Partie 1 : Charges aux sommets d'un carré / 5 points

On place respectivement aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté $a = 10 \text{ cm}$, les charges électriques $q_1 = -10 \text{ nC}$, $q_2 = 10 \text{ nC}$, $q_3 = -10 \text{ nC}$ et $q_4 = 10 \text{ nC}$.



- 1- Représenter les forces électriques qui agissent sur la charge q_1 , ainsi

que la force résultante.

1pt

2- Déterminer les caractéristiques de la résultante de ces forces en A.

2pt

3- On considère le point K, milieu du segment [AB].

Déterminer les caractéristiques du champ électrique en K.

2pt

Donnée : $k = 9 \cdot 10^9 \text{ USI}$.

Partie 2 : Accélérateur de particules / 2 points

Un objet de masse m et de charge q entre en O avec une vitesse verticale de module V_0 , dans une région où règne un champ électrique uniforme d'intensité $E = 20 \text{ N.C}^{-1}$.

+++++

-----O-----

1- Appliquer le théorème du centre d'inertie à l'objet puis déterminer son accélération dans cette région.

1pt

2- Déterminer le temps qu'il faudra à cet objet pour sortir de cette région.

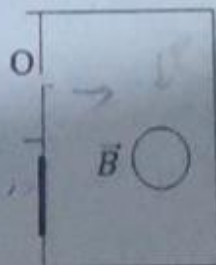
1pt

Données : $m = 10 \text{ g}$; $q = -0,02 \text{ C}$; $V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$; le champ électrique règne sur une hauteur $h = 5 \text{ m}$.

Exercice 3 : Mouvement dans un champ magnétique / 6 points

Dans cette partie, on suppose que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.

Un faisceau de particules α (noyau d'hélium ${}^4\text{He}^{2+}$) pénètre par l'ouverture O d'une plaque avec une vitesse horizontale de module V dirigée vers la droite, dans une région où règne un champ magnétique uniforme.



1- Indiquer le sens du champ magnétique dans cette région afin que les particules soient déviées vers le bas.

0,5pt

2- Donner les caractéristiques de la force que subit un ion dans cette région.

1,5pt

2- Etablir l'expression du rayon de la trajectoire d'un ion dans cette région.

1pt

3- Déterminer à quelle distance de O, l'ion pourra rencontrer la plaque.

0,5pt

4- Déterminer la fréquence du mouvement de l'ion.

1,5pt

5- Comment varie cette fréquence si on double la vitesse initiale ?

2pt

Données : $V = 1,6 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$; $B = 10 \text{ mT}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.



CONCOURS D'ENTRÉE EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE DE LICENCE EN SCIENCES DE L'INGENIEUR
EPREUVE DE MATHEMATIQUES (3 heures)

Séssion 2023

EXERCICE 1 : 6 points

1. f est une fonction à une variable réel définies sur $\mathbb{R}$ telle que $f = f'$.

Démontrer que f ne peut pas être un polynôme non nul. 0,5 pt

2. P est la fonction à une variable réelle x définit sur $I = [0; 2]$ par $P(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

a) Dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 3 cm sur les axes, représenter les courbes respectives de P , de P' et de P'' ; où P' et P'' sont les dérivée première et seconde respectives de P . 2 pts

b) Q est la fonction à une variable réelle x définie par $Q(x) = P(x+1)$. 0,5 pt

i) Déterminer l'intervalle J de définition de Q . 0,25 pt

ii) Par quelle transformation passe-t-on de la courbe de P à la courbe de Q ? 0,5 pt

iii) Vérifier que pour tout réel x de J , $Q(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

3. Soit (f_n) la suite des fonctions à variable réelle x définie sur J par :

$$\begin{cases} f_0(x) = 1 \\ f_n(x) = \frac{x^n}{n!} + f_{n-1}(x) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

a) Montrer que $f_3 = Q$. 0,5 pt

b) Montrer que pour tout entier naturel, $f_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$. 1 pt

c) Exprimer $f_{11}\left(\frac{1}{2}\right) - f_{10}\left(\frac{1}{2}\right)$ sous la forme d'une fraction irréductible ; le dénominateur étant un produit dont les facteurs sont des puissances des nombres premiers. 0,75 pt

EXERCICE 2 : 5,5 points

Pour cet exercice,

- chaque résultat doit être sous la forme d'une fraction irréductible.

- on prendra $\ln 2 = \frac{7}{10}$, $\ln 3 = \frac{11}{10}$ et $\ln 5 = \frac{6}{5}$

Une bache pour pisciculture, contient 7 silures gris et 21 silures noirs.

1. On pêche dans cette bache un silure au hasard ; on note sa couleur et le remet dans la bache. Cette opération est répétée 8 fois de suite.

a) Quelle est la probabilité pour qu'on ait exactement pêché 2 silures gris ? 1 pt

b) Quel est le nombre minimum de pêches à effectuer pour que la probabilité d'obtenir au moins un silure gris soit supérieure ou égale à $\frac{19}{20}$? 2 pts



4. n
- c) Peut-on avoir un nombre minimum de pêches à effectuer pour lequel l'évènement « Obtenir au moins un silure gris » soit certain ? 0,5 pt
2. On pêche cette fois dans cette bache 8 silures d'un coup. 1 pt
- a) Calculer la probabilité pour qu'on ait exactement pêché 2 silures gris. 1 pt
- b) Calculer la probabilité pour qu'on ait au moins pêché 1 silure gris.

EXERCICE 3 : 5,5 points

ABC est un triangle équilatéral de côté a ; O est le milieu du segment $[BC]$; G est le centre de gravité du triangle ABC et O' est le symétrique de G par rapport à O .

1. a) Déterminer le barycentre des points G et O affecté des coefficients -3 et 2 respectivement. 0,5 pt

- b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan (ABC) tels que

$$\| -3\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{MO} \| = \| \overrightarrow{MO'} \|$$

1 pt

2. a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}'$ des points M du plan (ABC) tels que

$$MB^2 + MC^2 - 2MA^2 = k, \text{ avec } k \in \mathbb{R}^+.$$

1,5 pt

- b) déterminer la valeur de k pour que $\mathcal{E}'$ contienne le point G . 0,5 pt

3. a) Démontrer que pour tout point M du plan (ABC) ,

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + a^2.$$

1 pt

- b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}''$ des points M du plan (ABC) tels que

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$$

1 pt

EXERCICE 4 : 3 points

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation $(z+1)^n = (z-1)^n$ où n est un entier naturel non nul.

1. a) Citer les n racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité. 0,5 pt

- b) Justifier que 1 n'est pas une solution de cette équation. 0,25 pt

2. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(z+1)^n = (z-1)^n$. 1,25 pt

- b) Ecrire les solutions sous la forme $\frac{a}{\tan(\frac{k\pi}{n})}$ où a est nombre complexe et k un entier relatif. 1 pt

4. On plonge le dispositif expérimental de la question 1 dans un liquide d'indice de réfraction $n = 1,5$. Calculer la nouvelle valeur de l'interfrange lorsqu'on utilise la source S.

(1,5pt)

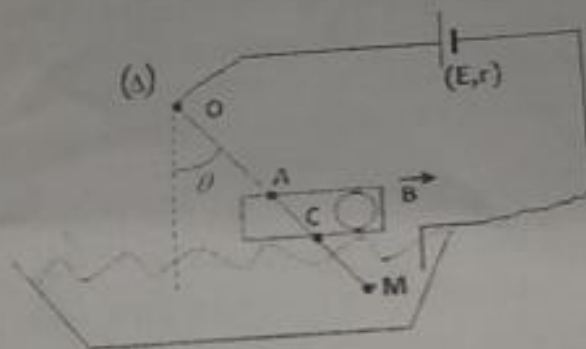


CONCOURS D'ENTRÉE EN PREMIÈRE ANNÉE DU CYCLE DE LICENCE EN SCIENCE DE L'INGÉNIEUR
ÉPREUVE DE PHYSIQUES (3 heures)

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Exercice 1 : Mouvements dans les champs de forces / 6 points

Une tige rectiligne homogène en cuivre de longueur OM , de masse m et de résistance r , est suspendue par son extrémité supérieure à un point O autour duquel il tourne librement. Son autre extrémité plonge dans du mercure. Cette tige, parcourue par un courant d'intensité I , est placée dans un champ magnétique horizontal uniforme. Elle s'écarte de la verticale d'un angle θ . Le champ agit sur une longueur $AC = 10 \text{ cm}$. On néglige les résistances des autres conducteurs.



1. Indiquer sur votre feuille, le sens du courant électrique et celui du champ magnétique.
2. Représenter toutes les forces extérieures qui s'appliquent sur la tige à l'équilibre.
3. Énoncer la loi de Laplace.
4. Déterminer l'intensité I du courant.
5. Déterminer la valeur de l'angle θ .

Données : $OA = 18 \text{ cm}$; $OM = 40 \text{ cm}$; $m = 20 \text{ g}$; $B = 0,03 \text{ T}$; $r_1 = 6 \Omega$; $r = 1,5 \Omega$; $E = 30 \text{ V}$.

Exercice 2 : Systèmes oscillants / 8 points

Partie 1 : / 3,5 points

Un solide (S) est constitué d'une circonférence homogène de masse m et de rayon R , portant une bille ponctuelle de masse m' en un point A diamétralement opposé à O . (S) est mobile autour d'un axe (Δ) passant par le point O . La position de (S) est repérée par l'angle θ entre la verticale passant par O et le rayon OO' . L'amplitude des oscillations est $\theta_m = 8^\circ$.